

الفصل الأول

التبرير والبرهان

1 - 1 التبرير الاستقرائي والتخمين

1-2 المنطق

1 - 3 العبارات الشرطية

1 - 4 التبرير الاستنتاجي

1 - 5 المسلمات والبراهين الحرة

1 - 6 البرهان الجبري

1 - 7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

1 - 8 إثبات علاقات بين الزوايا

(1 - 1) التبرير الاستقرائي والتخمين

التبرير
الاستقرائي

تبرير نستعمل فيه أمثلة
للوصل إلى نتيجة.

التخمين

النتيجة التي تم التوصل لها
من التبرير الاستقرائي .

مثال

54

4, 10, 18, 28, 40, ...

نمط من التبرير الاستقرائي

التخمين

التخمينات

هندسية

العلاقة بين : EF , AB

إذا كان : $AB = CD$ و $CD = EF$

التخمين : $AB = EF$

جبرية

ناتج جمع عددين فرديين

$$1 + 3 = 4$$

$$5 + 7 = 12$$

التخمين هو : عدد زوجي

يسمى أيضاً (المخالف) : هو مثال معاكس لمثال معطى

n عدد حقيقي ، فإن : $n^2 > n$

المثال المضاد : قيمة n التي تجعل العبارة خاطئة

عند $n = 2$ تصبح : $n^2 = 4$ إذن : $4 > 2$ ✓

عند $n = 1$ تصبح : $n^2 = 1$ إذن : $1 \ngtr 1$ ✗ يعتبر مثال مضاد

المثال المضاد

(1 - 2) المنطق

نفي العبارة	العبارة
عبارة تفيد معنى مضاداً لمعنى العبارة الأصلية .	جملة خبرية لها حالتان فقط إما أن تكون صائبة أو تكون خاطئة .
$\sim p$ ، ليس p	q, p
له عكس قيمة صواب العبارة الأصلية .	صواب العبارة T وخطؤها F
التعريف	قيم الصواب
الرمز	

العبارات المركبة

عبارة الفصل	عبارة المركبة ناتجة من ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (أو) يرمز لها : $p \vee q$ وتقرأ : p أو q	عبارة المركبة ناتجة من ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و) يرمز لها : $p \wedge q$ وتقرأ : p و q	عبارة الوصل
مثال			
	q : في اليوم الواحد 20 ساعة. (F) $p \vee q$ في الأسبوع سبعة أيام أو في اليوم الواحد 20 ساعة. قيمة الصواب : (T)	p : في الأسبوع الواحد سبعة أيام. (T) $p \wedge q$ في الأسبوع سبعة أيام و في اليوم الواحد 20 ساعة. قيمة الصواب : (F)	

(1 - 2) المنطق

جداول الصواب

نفي العبارة

p	$\sim p$
T	F
F	T

عبارة الفصل

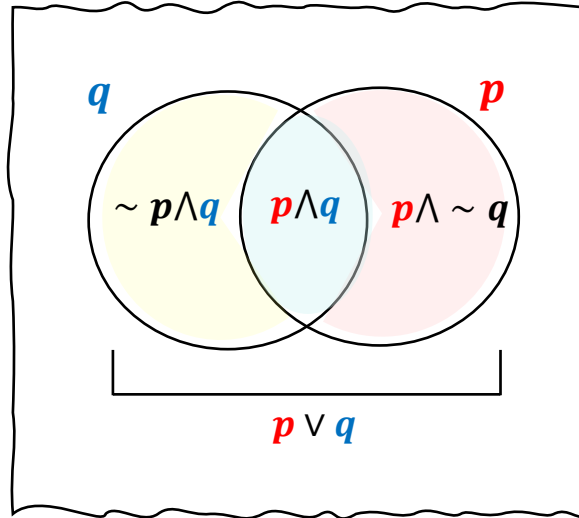
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

عبارة الوصل

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

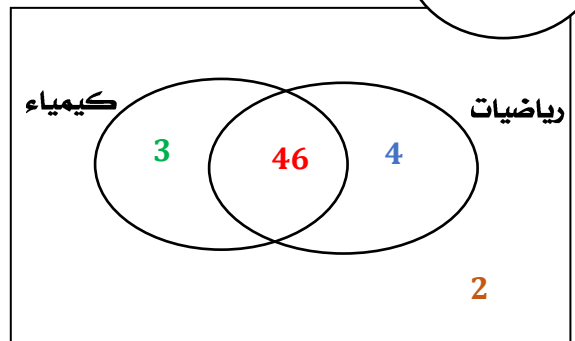
أشكال فن

يمكن تمثيل عبارة الوصل وعبارة الفصل باستعمال أشكال فن .



مثال

عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات والكيمياء: **46**
 عدد الطلاب الذين نجحوا في الكيمياء ولم ينجحوا في الرياضيات: **3**
 عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات ولم ينجحوا في الكيمياء: **4**
 عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أي من الاختبارين: **2**
 عدد طلاب الصف: **55**

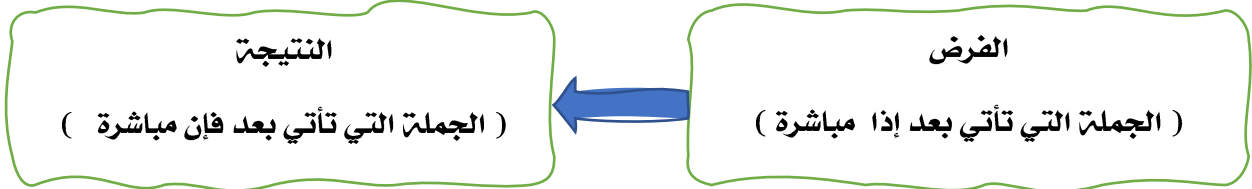




(3 - 1) العبارات الشرطية

العبارات الشرطية: هي العبارة التي يمكن كتابتها على صورة (إذا فإن)

أو بمعنى آخر هي العبارة التي فيها فرض يؤدي الى نتيجة .



الرمز الرياضي:

$p \rightarrow q$ و تقرأ (إذا كان p فإن q) أو (p تؤدي إلى q)

حيث p الفرض و q النتيجة .

مثال: إذا كان اليوم هو الأحد ، فإن غداً هو الاثنين .

العبارة شرطية فرضت أنه إذا كان اليوم هو الأحد فالنتيجة أن غداً هو الاثنين .

الفرض: اليوم هو الأحد

النتيجة: غداً هو الاثنين

- بعض العبارات الشرطية لا تأتي على الصورة (إذا فإن) و لكي نكتبها على هذه الصورة يجب أن نحدد أولاً الفرض و النتيجة .

(عند شرائك بمبلغ ١٠٠٠ ريال تحصل على كوبون خصم)

النتيجة

الفرض

فتكتب: إذا اشتريت بمبلغ ١٠٠٠ ريال ، فإنك ستحصل على كوبون خصم .

تنبيه:

تذكر أنه في المرحلة الثانوية تقرأ الرموز والعبارات الرياضية من اليسار الى اليمين وفي العبارة الشرطية الترتيب مهم .

فمثلاً :

$p \rightarrow q$ نبدأ من اليسار و تقرأ p تؤدي الى q

أي أن p الفرض و q النتيجة .

(3 - 1) العبارات الشرطية

جدول الصواب للعبارات الشرطية :

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

متى تكون العبارة الشرطية خاطئة ؟
إذا بدأت بفرض صحيح وأدى إلى نتيجة خاطئة .

العبارات المتكافئة منطقياً	العبارة الشرطية المرتبطة
هي العبارات التي لها نفس قيم الصواب.	هي عبارات شرطية مرتبطة بالعبارة الشرطية المعطاة.

متكافئتان منطقياً

العكس: تبديل بين الفرض والنتيجة

إذا كان قياس $\angle A$ يساوي 90° فإنها زاوية قائمة
نتيجة $\leftarrow$ فرض
 $q \rightarrow p$

المعكوس: نفي الفرض ونفي النتيجة

إذا كانت $\angle A$ ليست قائمة فإن قياسها لا يساوي 90°
نفي الفرض $\leftarrow$ نفي النتيجة
 $\sim p \rightarrow \sim q$

المعكوس الإيجابي: تبديل ونفي كل من الفرض والنتيجة .

إذا كان قياس $\angle A$ لا يساوي 90° فإنها ليست زاوية قائمة .
نفي النتيجة $\leftarrow$ نفي الفرض
 $\sim q \rightarrow \sim p$

العبارة الشرطية :

إذا كانت $\angle A$ قائمة فإن
قياسها يساوي 90°
فرض $\leftarrow$ نتيجة
 $p \rightarrow q$

متكافئتان منطقياً

(1 - 4) التبرير الاستنتاجي

أنواع التبرير :

التبرير الاستنتاجي :

يعتمد على حقائق وقواعد و تعريفات و خصائص
ونصل من خلاله الى نتيجة .

مثال: تنص التعليمات المدرسية أنه إذا تأخرت الطالبة
عن المدرسة خمس مرات فسوف تعطى تنبيهاً . تأخرت
فاطمة خمس مرات عن المدرسة ، لذلك ستعطى
تنبيهاً.

التبرير الاستقرائي :

يعتمد على الملاحظة و المشاهدة و الاكتشاف
ونصل من خلاله الى تخمين .

مثال: لاحظ خالد أن جاره يسقي أشجار حديقته
كل جمعة واليوم هو الجمعة فاستنتج أن جاره
سيسقي أشجار حديقته اليوم .

قانون القياس المنطقي:

(يربط بين ٣ عبارات ← تعدي)

إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \rightarrow q$ و $q \rightarrow r$
صحيحتان فإن العبارة الشرطية $p \rightarrow r$ تكون
صحيحه.

المعطيات: إذا حصلت على عمل، فسوف تكسب
نقوداً.

إذا كسبت نقوداً، فسوف تتمكن من شراء سيارة

نتيجة صائبة: إذا حصلت على عمل، فسوف
تتمكن من شراء سيارة .

قانون الفصل المنطقي :

إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صائبة ، والفرض p
صائباً، فإن النتيجة q تكون صائبة أيضاً.

المعطيات: إذا لم يكن في السيارة وقود ، فإنها لن تعمل .

لا يوجد وقود في سيارة عبد الله .

نتيجة صائبة: لن تعمل سيارة عبد الله .

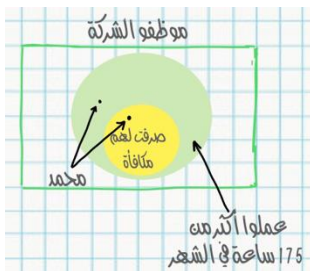
يمكن استعمال أشكال فن اختبار صحة الاستنتاج.

مثال :

المعطيات : - إذا صرفت شركة لموظفيها مكافأة ، فإن عدد ساعات عملهم تكون قد تجاوزت ١٧٥ ساعة
في الشهر .

- تجاوز عدد الساعات التي عملها محمد ١٧٥ ساعة في الشهر .

الاستنتاج : صرف لمحمد مكافأة .



(1 - 5) المسلمات والبراهين الحرة

المسلمة :

هو إثبات منطقي لصحة عبارة رياضية و كل عبارة فيه تكون مبررة بعبارة أخرى سبق إثبات صحتها.

خطواته :

المعطيات (الفرض) ← العبارات و المبررات ← المطلوب (النتيجة)

من أنواعه :

البرهان الحر: نوع من البراهين تكتب فيه فقرة تفسر أسباب صحة التخمين في موقف معطى.

العبارة التي تقبل على أنها صحيحة بدون **برهان**

مثال: الشمس تشرق من الشرق.

المطر ينزل من السماء.

يرمز للمستقيم بحرف صغير مائل مثل l

أو بأي نقطتين واقعتين عليه مثل $\overline{AB}$

يرمز للمستوى بحرف كبير مائل مثل $\mathcal{R}$

أو بأي ثلاث نقاط فيه ليست على استقامة واحدة
 XYZ

المستقيمات

كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

إذا وقعت نقطتان في مستوى ، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كلياً في ذلك المستوى.

كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة .

أي ثلاث نقاط لا تقع على مستوى واحد فقط .

إذا تقاطع مستويان ، فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

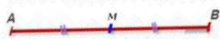
إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

مسلمات النقاط والمستقيمات والمستويات

أهم المسلمات الهندسية

مسلمات تقاطع المستقيمات والمستويات

نظرية نقطة المنتصف :



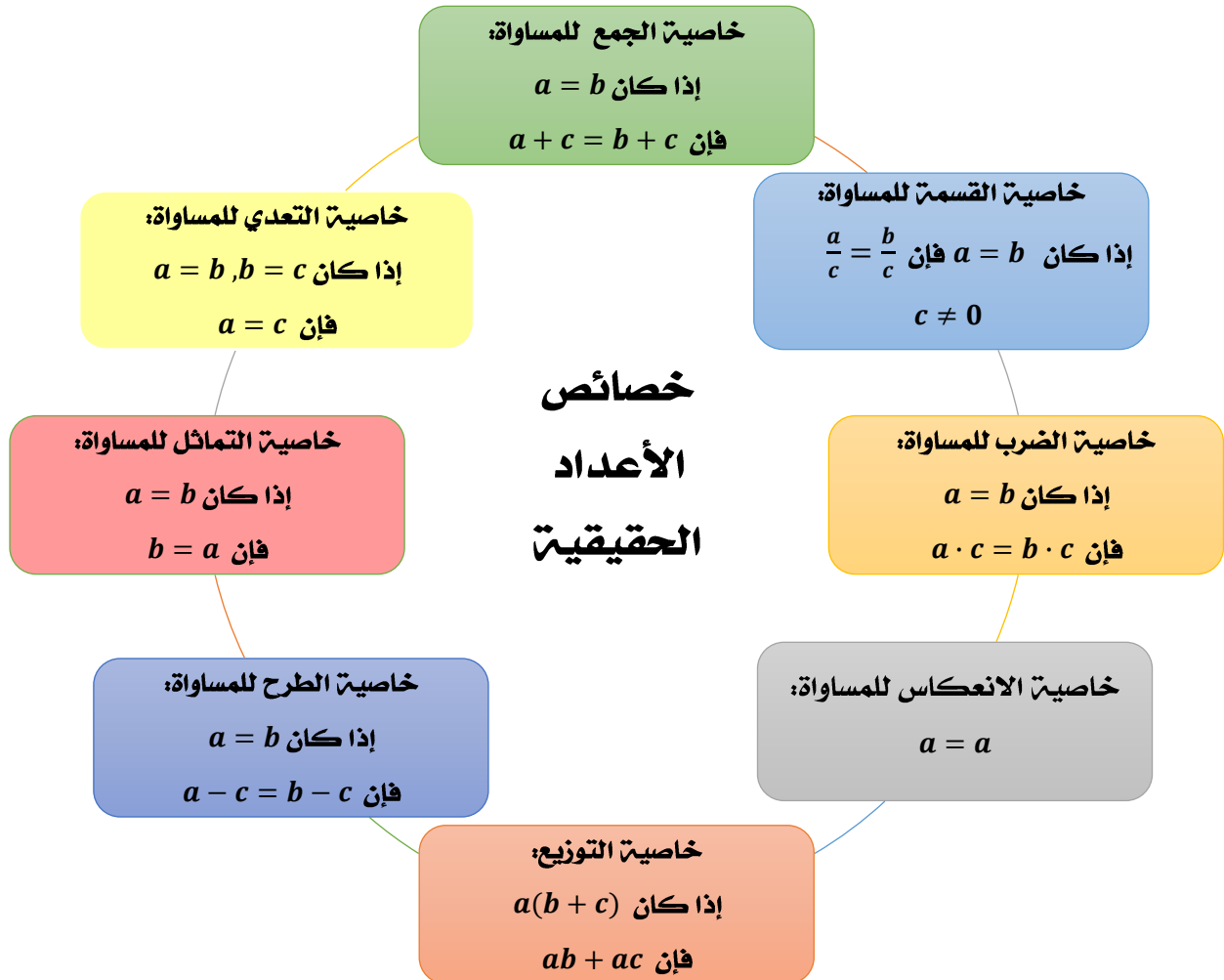
إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ فإن:

$$\overline{AM} \cong \overline{MB}$$

نستطيع تحليل العبارات باستعمال المسلمات فالعبارة قد تكون **صائبة دائماً** إذا كانت متحققة في جميع الحالات مثل (المستقيمان r و f يتقاطعان في نقطة واحدة فقط) .. وقد تكون العبارة **صائبة أحياناً** عندما تتحقق في بعض الحالات مثل (تقاطع ثلاث مستويات في مستقيم) حيث إن الثلاث مستويات قد تتقاطع في نقطة أو مستقيم .. وأيضاً قد تكون العبارة **غير صائبة أبداً** إذا لا تتحقق أبداً مثل (المستقيم r يحوي النقطة p فقط) حيث إن المستقيم يحوي نقطتان على الأقل .

(1 - 6) البرهان الجبري

الجبر نظام مكون من مجموعات من الأعداد وعمليات عليها وخصائص تمكنك من إجراء هذه العمليات.



(1 - 6) البرهان الجبري

البرهان الهندسي



الزوايا



القطع
المستقيمة

بما أن في الهندسة أيضاً
متغيرات، وأعداد وعمليات
فإن معظم خصائص المساواة
المستعملة في الجبر
صحيحة أيضاً في الهندسة.
فأطوال القطع المستقيمة
وقياس الزوايا هي أعداد
حقيقية لذا يمكن استعمال
خصائص الجبر في إثبات
العلاقات بين القطع
المستقيمة والزوايا.

$$m\angle 1 = m\angle 1$$

إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$

فإن $m\angle 2 = m\angle 1$

إذا كانت

$$m\angle 1 = m\angle 2$$

$$m\angle 2 = m\angle 3 \text{ و}$$

$$\text{فإن } m\angle 1 = m\angle 3$$

$$AB = AB$$

إذا كان $AB = CD$

فإن $CD = AB$

إذا كانت $AB = CD$

$$\text{و } CD = EF$$

$$\text{فإن } AB = EF$$

الانعكاس

التماثل

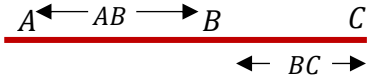
التعدي

(7 - 1) إثباتات علاقات بين القطع المستقيمة

إثباتات علاقات بين القطع المستقيمة

مسلمة أطوال القطع المستقيمة

خصائص القطع المستقيمة



إذا علمت أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة فإن النقطة B تقع بين A و C إذا كان $AB + BC = AC$.

خاصية التعدي للتطابق:

إذا كان

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}, \overline{CD} \cong \overline{EF}$$

فإن

$$\overline{AB} \cong \overline{EF}$$

خاصية التماثل للتطابق:

إذا كان

$$\overline{AB} \cong \overline{CD} \text{ فإن } \overline{CD} \cong \overline{AB}$$

خاصية الانعكاس للتطابق:

$$\overline{AB} \cong \overline{AB}$$

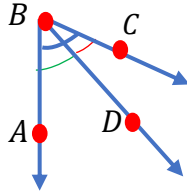
(8 - 1) إثبات علاقات بين الزوايا

مسلمة جمع قياسات الزوايا

تقع النقطة D داخل $\angle ABC$

إذا وفقط إذا كان

$$m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$$



نظرية الزاويتين المتتامتين:

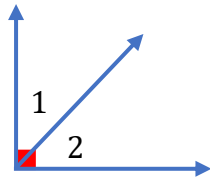
إذا شكّل الضلعان غير

المشتركين لزاويتين

متجاورتين زاوية قائمة

فإن الزاويتان تكونان متتامتين

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$$



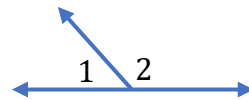
نظرية الزاويتين المتكاملتين:

إذا كانت الزاويتان متجاورتين

على مستقيم فإنهما

متكاملتين.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$



(8 - 1) إثبات علاقات بين الزوايا

تطابق الزوايا

نظرية تطابق المتممات:

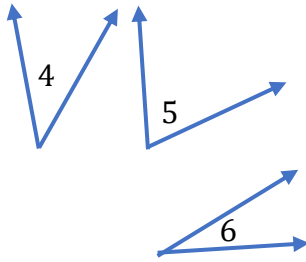
الزاويتان **المتممتان** للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان **متطابقتين**.

إذا كان

$$m\angle 4 + m\angle 5 = 90^\circ$$

$$m\angle 5 + m\angle 6 = 90^\circ \text{ و}$$

$$\angle 4 \cong \angle 6 \text{ فإن}$$



نظرية تطابق المكملات:

الزاويتان **المكملتان** للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان **متطابقتين**.

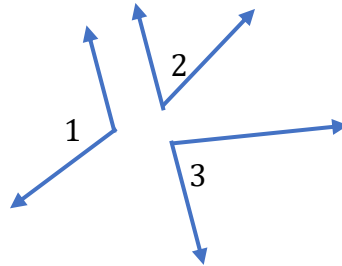
إذا كان

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$

وكان:

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 1 \cong \angle 3 \text{ فإن}$$



خصائص تطابق الزوايا:

خاصية الانعكاس:

$$\angle 1 \cong \angle 1$$

خاصية التماثل:

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$

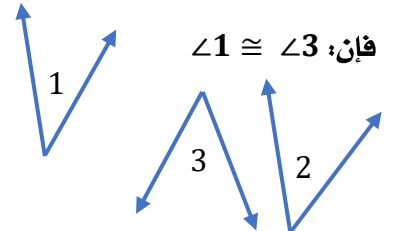
$$\angle 2 \cong \angle 1 \text{ فإن}$$

خاصية التعدي:

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$

$$\angle 2 \cong \angle 3 \text{ و}$$

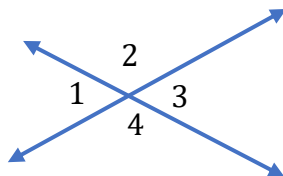
$$\angle 1 \cong \angle 3 \text{ فإن،}$$



الزاويتان المتقابلتان بالرأس **متطابقتان**.

$$\angle 1 \cong \angle 3$$

$$\angle 2 \cong \angle 4$$



نظرية الزاويتين
المتقابلتين بالرأس

تهيئة الفصل الثاني

الفصل الدراسي	السنة الدراسية	الدرس المرتبط به في المرحلة المتوسطة	ما يعتمد عليه الدرس و تم دراسته سابقاً	الدرس
الأول	ثالث متوسط	المستقيمت المتوازية و المستقيمت المتعامدة	توازي المستقيمت وتعامدها الزوايا الداخلية الزوايا الخارجية الزوايا المتبادلة داخلياً الزوايا المتبادلة خارجياً الزوايا المتناظرة	2-1 / المستقيمان والقاطع 2-2 / الزوايا والمستقيمت المتوازية 2-3 / إثبات توازي مستقيمين
الأول	ثاني متوسط	علاقات الزوايا والمستقيمت	الزوايا المتبادلة داخلياً الزوايا المتبادلة خارجياً الزوايا المتناظرة	
الثاني	أول متوسط	الزوايا المتتامات والمتكاملات	الزوايا المتكاملات	
الأول	ثالث متوسط	معدل التغير و الميل	قانون الميل معدل التغير	2-4 / ميل المستقيم
الأول	ثالث متوسط	كتابة المعادلات بصيغة الميل و المقطع	صيغة الميل والمقطع	2-5 / صيغ معادلات المستقيم
الأول	ثالث متوسط	كتابة المعادلات بصيغة الميل و نقطة	صيغة الميل ونقطة	
الأول	ثالث متوسط	معدل الميل و التغير	الميل	2-6 / الاعمدة والمسافات
الأول	ثالث متوسط	أنظمة المعادلات الخطية (الفصل الخامس من مقرر ثالث متوسط)	حل نظام معادلتين	
الثاني		المسافة بين نقطتين	المسافة بين نقطتين	

الفصل الثاني

التوازي والتعامد

1 - 2 المستقيمان والقاطع

2 - 2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

3 - 2 إثبات توازي مستقيمين

4 - 2 ميل المستقيم

5 - 2 صيغ معادلة المستقيم

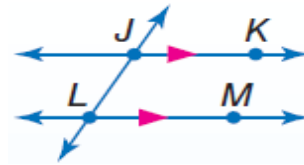
6 - 2 الأعمدة والمسافة

(2 - 1) المستقيمان والقاطع

المستقيمان المتوازيان : هما مستقيمان

لا يتقاطعان أبداً ويقعان في المستوى نفسه .

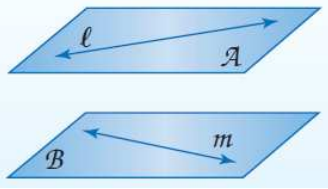
تستعمل رؤوس الأسهم لتدل على توازي مستقيمين



مثال : $\overrightarrow{JK} \parallel \overrightarrow{LM}$

المستقيمان المتخالضان : هما مستقيمان

لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه.

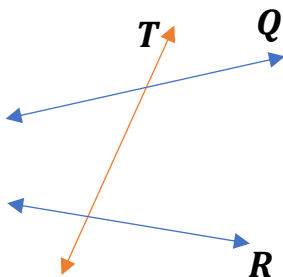


مثال :

المستقيمان m و l متخالضان

القاطع : هو المستقيم الذي يقطع

مستقيمين أو أكثر في المستوى نفسه وفي نقاط مختلفة .

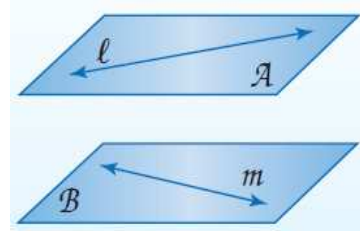


مثال :

T قاطع للمستقيمين Q و R

المستويان المتوازيان : هما مستويان غير

متقاطعين.



مثال :

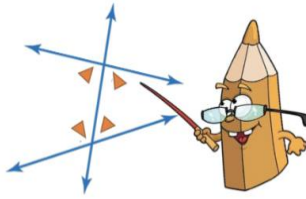
المستويان A و B متوازيان



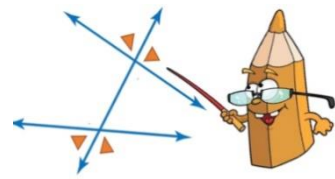
(1 - 2) المستقيمان والقاطع

علاقات أزواج الزوايا الناتجة عن القاطع:

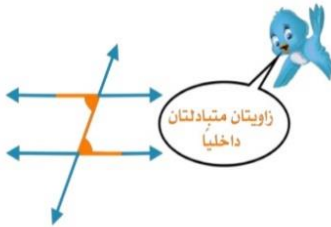
زوايا داخلية: تقع داخل المنطقة المحصورة بين المستقيمين .



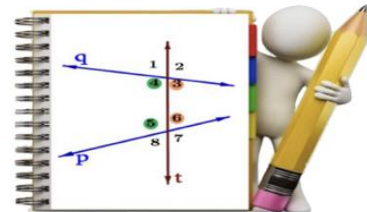
زوايا خارجية: تقع خارج المنطقة المحصورة بين المستقيمين .



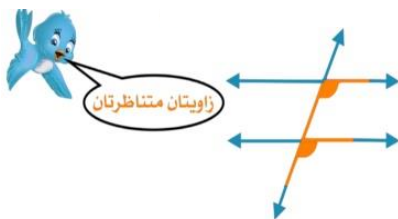
زاويتان متبادلتان داخلياً: زاويتان داخليتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع .



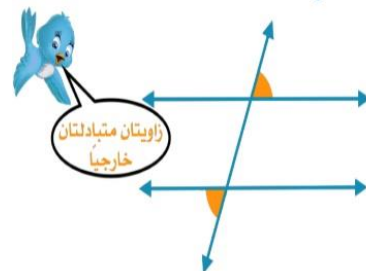
زاويتان متحالفتان: زاويتان داخليتان واقعتان في جهة واحدة من القاطع .



زاويتان متناظرتان: زاويتان تقعان في جهة واحدة من القاطع وفي الجهة نفسها من المستقيمين المقطوعين .



زاويتان متبادلتان خارجياً: زاويتان خارجيتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع .



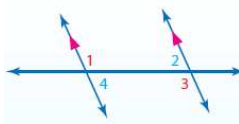


(2-2) الزوايا والمستقيمات المتوازية

فإن الزاويتين المتبادلتين داخلياً متطابقتان



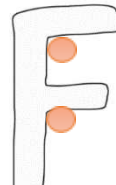
مثال :



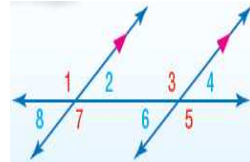
$$\angle 1 \cong \angle 3$$

$$\angle 2 \cong \angle 4$$

فإن الزاويتين المتناظرتين متطابقتان



مثال :

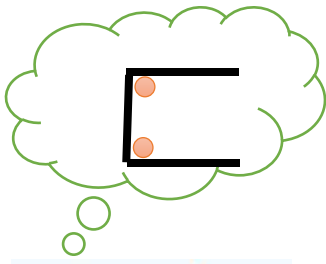


$$\angle 1 \cong \angle 3, \angle 2 \cong \angle 4$$

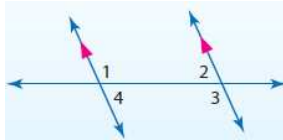
$$\angle 5 \cong \angle 7, \angle 6 \cong \angle 8$$

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين

فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان



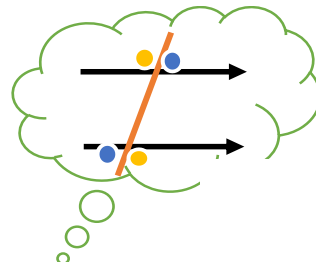
مثال :



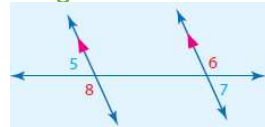
$\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

فإن كل زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان

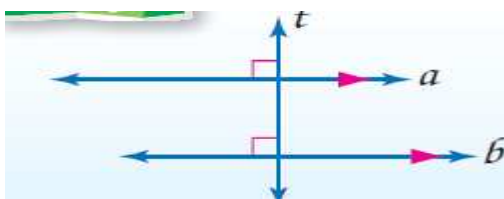


مثال :



$$\angle 5 \cong \angle 7$$

$$\angle 6 \cong \angle 8$$



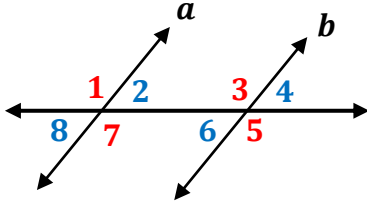
إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين

في مستوى ، فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.

مثال :

إذا كان $a \parallel b$ ، و $t \perp a$ ، فإن $t \perp b$.

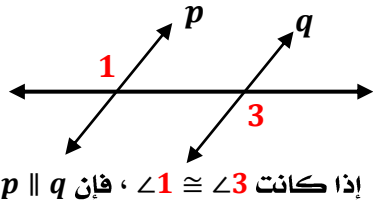
(3-2) إثبات توازي مستقيمين



عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، ونتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان ، فإن المستقيمين متوازيان .

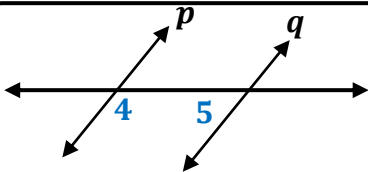
إذا كانت: $\angle 6 \cong \angle 8$ أو $\angle 5 \cong \angle 7$ أو $\angle 2 \cong \angle 4$ أو $\angle 1 \cong \angle 3$ ، فإن $a \parallel b$



عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان ، فإن المستقيمين متوازيان .

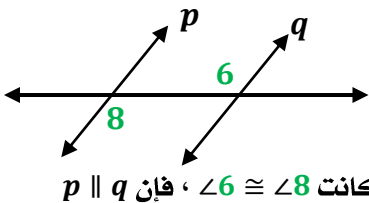
إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 3$ ، فإن $p \parallel q$



عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان ، فإن المستقيمين متوازيان .

إذا كانت $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$ ، فإن $p \parallel q$



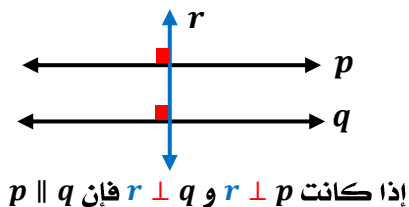
عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان ، فإن المستقيمين متوازيان .

إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 8$ ، فإن $p \parallel q$

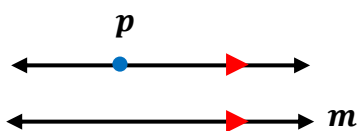
(2- 3) إثبات توازي مستقيمين

عكس نظرية القاطع العمودي



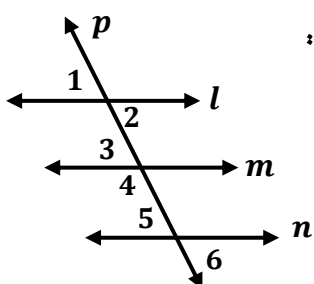
إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، وكان عمودياً على كل منهما فإن المستقيمين متوازيان .

مسلمة التوازي



إذا علم مستقيم ونقطة لا تقع عليه ، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم .

مثال



أي المستقيمات متوازية اعتماداً على المعطيات التالية :

متبادلتان خارجياً ، فإن : $l \parallel n$

$$\angle 1 \cong \angle 6 \text{ (A)}$$

متبادلتان داخلياً ، فإن : $l \parallel m$

$$\angle 2 \cong \angle 3 \text{ (B)}$$

متحالفتان ، فإن : $m \parallel n$

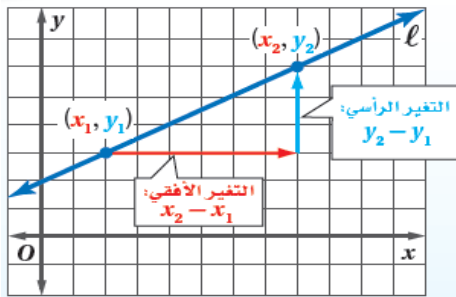
$$\angle 4 \cong \angle 5 \text{ (C)}$$



(2-4) ميل المستقيم

ميل المستقيم في المستوى الإحداثي هو : نسبة التغير في الإحداثي y إلى التغير في الإحداثي x بين أي نقطتين عليه ويعطى الميل m لمستقيم يحوي نقطتين إحداثيهما (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بالصيغة :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث } x_1 \neq x_2$$



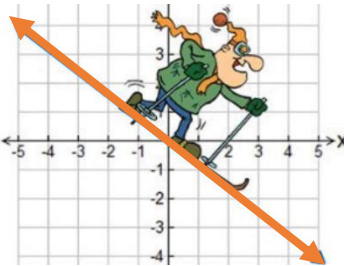
الميل هو: نسبة التغير الرأسى إلى التغير الأفقي .

فرق الصادات (صياد)

فرق السينات (سمك)

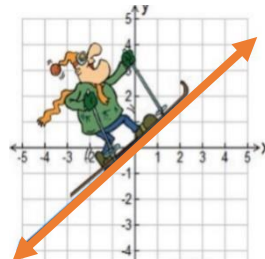


$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}}$$



كم هو سهل
النزول عندما
يكون الميل
للأسفل أنا
أخسر وزني .

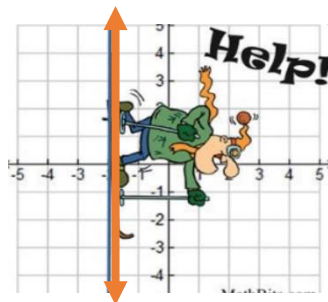
الميل سالب



كم هو متعب
الصعود عندما
يكون الميل لأعلى
أنا أبذل مجهود .

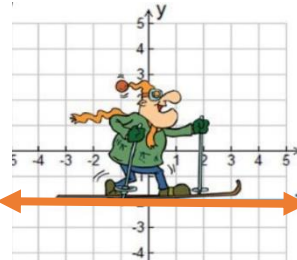
الميل موجب

حالات الميل



ساعدوني أنا
اسقط سقوط
حر لا أعرف
أين سأذهب .

الميل غير معرف



كم هو مريح
المشي على أرض
مستوية أنا لا أبذل
أي جهد .

الميل يساوي صفر



(2-4) ميل المستقيم

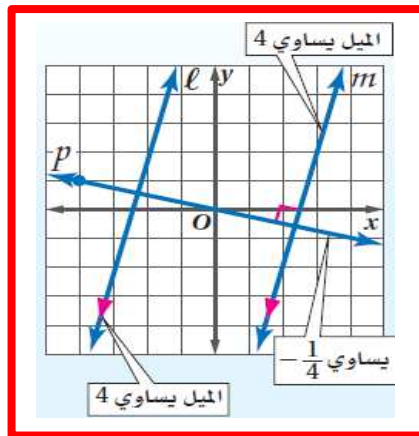
المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

المستقيمان متعامدان :

إذا كان حاصل ضرب ميلهما
يساوي (-1)

مثال :

المستقيم m عمودي على المستقيم p
ناتج ضرب الميلين هو $4 \cdot \frac{-1}{4} = -1$



المستقيمان متوازيان :

عندما يكون لهما نفس الميل.

مثال :

المستقيمان المتوازيان l , m
لهما الميل نفسه ويساوي 4

(2-5) صيغ معادلة المستقيم

يمكن كتابة معادلة المستقيم إذا علمت أيًا مما يأتي :

1 الميل ومقطع المحور y

الميل $y = mx + b$ $y = 3x + 8$

مقطع محور y

نقطة على المستقيم

2 الميل وإحداثيات نقطة على المستقيم

$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 5 = -2(x - 3)$

الميل

3 إحداثيات نقطتين على المستقيم

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ $(0, 3), (-2, -1)$

نوجد الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



نكتب معادلة المستقيم على حسب المطلوب اما معادلة 1 أو 2



معادلة المستقيم الرأسية هي $x = a$

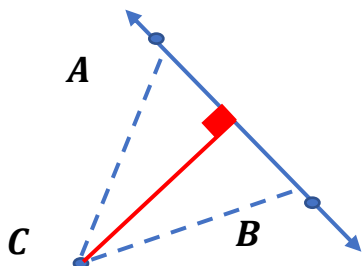
معادلة المستقيم الأفقي هي $y = b$



(2-6) الأعمدة والمسافة

الأهداف	أ. أجد المسافة بين نقطتين	ب. أجد المسافة بين نقطة ومستقيم	ج. أجد المسافة بين مستقيمين متوازيين
القوانين	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	النقطة: (x_1, y_1) المستقيم: $ax + by + c = 0$ $d = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	رأسيين: $ y_1 - y_2 $ أفقيين: $ x_1 - x_2 $ المستقيم الأول: $y = mx + b_1$ المستقيم الثاني: $y = mx + b_2$ $d = \frac{ b_2 - b_1 }{\sqrt{m^2 + 1}}$

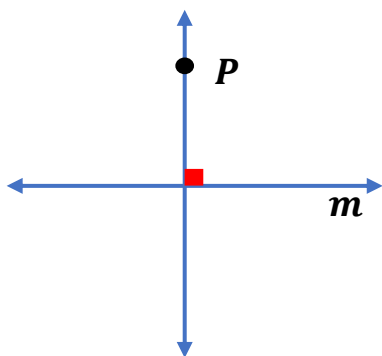
البعد بين نقطة ومستقيم:



البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة

تنص المسلمة الآتية على أن المستقيم العمودي على مستقيم معلوم من نقطة لا تقع عليه هو مستقيم وحيد.

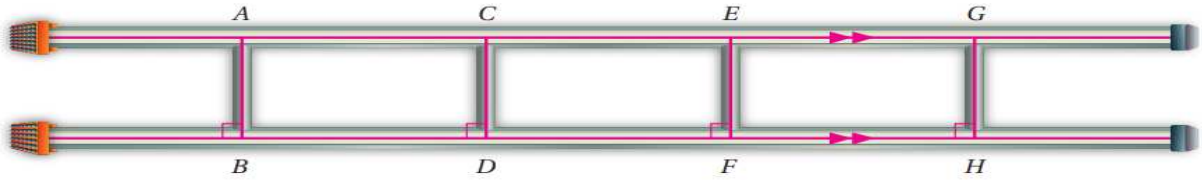
مسلمة التعامد:



لأي مستقيم ونقطة لا تقع عليه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة، ويكون عمودياً على المستقيم المعلوم.

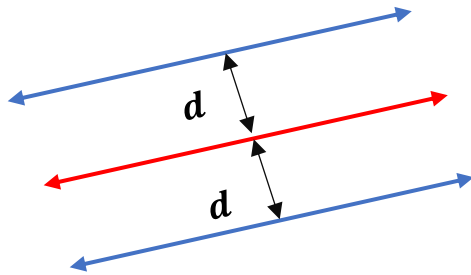
(2-6) الأعمدة والمسافة

يعرف المستقيمان المتوازيان على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه وبينهما البعد ثابتاً ولا يتقاطعان.



البعد بين مستقيمين متوازيين: البعد بين مستقيمين متوازيين، هو المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

الشكل الذي تمثله مجموعة النقاط التي تحقق شرطاً ما يسمى محلاً هندسياً. ويمكن وصف المستقيم الموازي لمستقيم معلوم بالمحل الهندسي لجميع النقاط المتساوية البعد عن المستقيم في المستوى نفسه.



المستقيمان المتساويان البعد عن مستقيم ثالث:

إذا كان المستقيمان في المستوى نفسه

متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.